

**SESSION DE 2005****concours interne  
de recrutement de professeurs agrégés  
et concours d'accès à l'échelle de rémunération****section : sciences physiques**composition sur la physique  
et le traitement automatisé de l'information**Durée : 5 heures**

*Calculatrice électronique de poche, y compris programmable, alphanumérique ou à écran graphique, à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout document et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Dans le cas où un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale très lisiblement dans sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

Ce problème se propose d'explorer le thème du transfert thermique, dans différents domaines de la physique et à travers des applications pratiques et technologiques variées : ainsi seront étudiés tour à tour les principes généraux de la thermodynamique des machines thermiques, puis les systèmes thermiques ouverts industriels.

Dans une deuxième partie, on s'intéresse plus particulièrement aux divers modes de transfert thermique que sont la conduction et la convection. Nous verrons ensuite comment cette modélisation des échanges thermiques permet d'envisager la régulation thermique d'un élément électronique.

Dans une dernière partie, on étudie un mode de production de transfert thermique riche d'applications pratiques : le chauffage par induction électromagnétique.

Les trois parties sont indépendantes les unes des autres.

## **A. APPLICATIONS DES PRINCIPES DE LA THERMODYNAMIQUE**

### **A. I. Étude des systèmes fermés**

#### **A.I.1. Principes et définitions**

A.I. 1.1. Rappeler l'énoncé du premier principe de la thermodynamique, pour un système fermé évoluant entre deux états d'équilibre thermodynamique : on notera  $E$  l'énergie mécanique (d'origine cinétique et/ou potentielle) du système.

A.I. 1.2. Rappeler l'énoncé du deuxième principe de la thermodynamique, pour un système fermé évoluant entre deux états d'équilibre thermodynamique.

A.I.1.3. Rappeler la définition d'un gaz parfait. Donner l'expression des fonctions d'état énergie interne  $U$ , enthalpie  $H$ , entropie  $S(T,V)$  et  $S(T,P)$  de ce gaz ( $T$  : température thermodynamique,  $V$  volume molaire,  $P$  pression). On introduira pour cela les capacités thermiques appropriées, qui seront supposées constantes dans le domaine de température considéré.

#### **A.I.2. Application : transformation isotherme d'un gaz parfait**

On considère une mole de gaz parfait placé dans un cylindre vertical de section  $S$  et de grande hauteur, fermé par un piston horizontal mobile sans frottement. Le cylindre, aux parois diathermes, est plongé dans un thermostat de température uniforme et constante  $T_0$ . À l'état initial le gaz est en équilibre thermodynamique avec le milieu extérieur, sa pression est notée  $P_0$ .

A.I.2.1. On ajoute alors très progressivement des masselottes sur le piston, jusqu'à ce que la masse finale déposée soit égale à  $M$  ; on fait alors l'hypothèse que la transformation subie par le gaz est réversible.

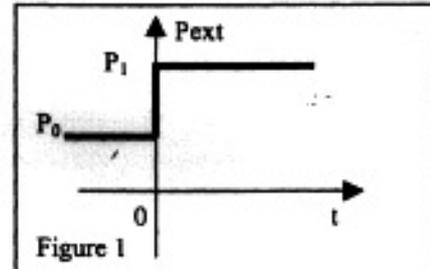
A.I.2.1.1. Déterminer la pression  $P_1$  du gaz dans son état d'équilibre final.

**Tournez la page S.V.P.**

A.I.2.1.2. Exprimer la variation d'énergie interne, le travail  $W$  et le flux thermique  $Q$  reçus par le gaz lors de cette transformation, en fonction de  $T_0$ ,  $P_0$  et  $P_1$ .

A.I.2.1.3. Exprimer la variation d'entropie du gaz, l'entropie échangée puis l'entropie créée lors de cette transformation. Commenter.

A.I.2.2. À partir du même état initial, on ajoute brutalement l'intégralité de la masse  $M$ ; on fait alors l'hypothèse que la pression extérieure exercée sur le piston varie suivant une fonction échelon (figure 1).



A.I.2.2.1. Exprimer la variation d'énergie interne, le travail  $W$  et le flux thermique  $Q$  reçus par le gaz lors de cette transformation, en fonction de  $T_0$ ,  $P_0$  et  $P_1$ .

A.I.2.2.2. Exprimer la variation d'entropie du gaz, l'entropie échangée puis l'entropie créée lors de cette transformation. Commenter : on pourra s'aider d'une représentation graphique faisant intervenir les fonctions  $f(x) = \ln(x)$  et  $g(x) = x-1$ .

### A.I.3. Application : étude théorique d'une machine thermique

A.I.3.1. Montrer l'impossibilité de réaliser un moteur cyclique monotherme, c'est-à-dire une machine thermique décrivant une évolution cyclique en contact avec une seule source de chaleur, décrite ici comme un thermostat idéal de température  $T_0$ .

A.I.3.2. Soit une machine thermique ditherme cyclique, en contact avec une source chaude idéale (température  $T_C$ ) et une source froide idéale (température  $T_F$ )

A.I.3.2.1. Démontrer l'inégalité de Clausius liant les transferts thermiques  $Q_C$  et  $Q_F$  reçus par le système pendant la durée d'un cycle en provenance, respectivement de la source chaude et froide, et les températures  $T_F$  et  $T_C$ .

A.I.3.2.2. Dans le cas du moteur ditherme, dans quels sens se font effectivement les transferts thermiques ?

A.I.3.2.3. Établir le théorème de Carnot, montrant l'existence d'un rendement maximal de ce moteur et explicitant ce dernier.

### A.I.4. Application : étude d'un climatiseur fonctionnant entre deux sources non idéales

On s'intéresse désormais à un climatiseur domestique cyclique réversible, fonctionnant dans un salon et en contact avec l'air extérieur ; ce dernier est

modélisé par un thermostat idéal de température  $T_0$ . L'air contenu dans la pièce, et que l'on désire refroidir, a une capacité thermique totale  $C$  constante ; il se comporte comme un gaz parfait et les transformations sont supposées isochores. À l'état initial, la température  $T$  de la pièce vaut  $T_0$ . La température finale souhaitée est  $T_1$ .

A.I.4.1. Exprimer  $Q_F$ , transfert thermique reçu par le fluide évoluant dans le climatiseur de la part de la source froide, c'est-à-dire de l'air du salon.

A.I.4.2. En déduire, par application du deuxième principe, l'expression de  $Q_C$ , transfert thermique reçu par le fluide évoluant dans le climatiseur de la part de la source chaude, c'est-à-dire de l'air extérieur.

A.I.4.3. Déterminer le travail  $W$  fourni par le moteur alimentant le climatiseur. Commenter.

A.I.4.4. AN :  $T_0 = 303 \text{ K}$  ;  $C = 1,3 \times 10^6 \text{ J.K}^{-1}$ . On désire abaisser la température intérieure de  $10 \text{ K}$  en une demi-heure. Calculer la puissance mécanique que doit développer le moteur électrique du climatiseur.

## A.II. Étude des systèmes ouverts en régime permanent

### A.II.1. Principes et définitions

On étudie l'écoulement d'un fluide (figure 2) dans une canalisation, en régime permanent (aucune grandeur physique de ce fluide ne dépend explicitement du temps).

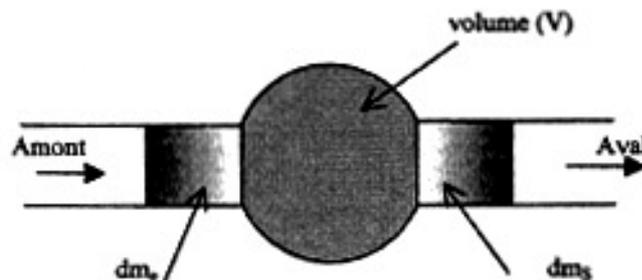


Figure 2

En amont, l'état du fluide est décrit par sa pression  $P_1$ , sa température  $T_1$ , le volume massique  $v_1$ , l'énergie interne massique  $u_1$ , l'enthalpie massique  $h_1$ . Les grandeurs correspondantes pour l'aval sont notées  $P_2$ ,  $T_2$ ,  $v_2$ ,  $u_2$  et  $h_2$ .

On note  $q_0$  le transfert thermique ou quantité de chaleur massique reçue par une unité de masse de fluide lors de l'écoulement d'amont en aval ; de même on note  $w_i$  le travail massique reçu, dit utile, ou, encore indiqué, autre que celui des forces de pression : ce travail est éventuellement fourni par les parties mobiles de la machine dans lequel se fait l'écoulement.

L'écoulement est supposé horizontal et lent : on négligera donc les variations d'énergie potentielle de pesanteur et d'énergie cinétique du fluide.

On note  $\Sigma$  le système ouvert constitué par le fluide contenu dans le volume (V) ;

on définit de plus un système fermé  $\Sigma^*$ , constitué à l'instant  $t$  du fluide contenu dans  $\Sigma(t)$  et de la masse élémentaire  $dm_e$  qui va entrer dans  $(V)$  entre les instants  $t$  et  $t+dt$ . À l'instant  $t+dt$ ,  $\Sigma^*$  est donc constitué du fluide contenu dans  $\Sigma(t+dt)$  et de la masse élémentaire  $dm_s$  qui est sortie de  $(V)$  entre les instants  $t$  et  $t+dt$ .

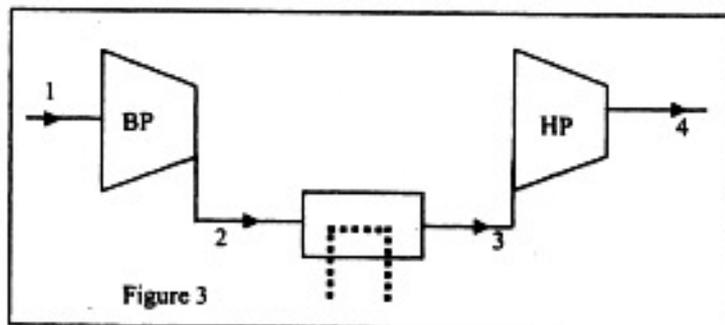
A.II.1.1. Montrer qu'en régime permanent  $dm_e = dm_s$ , noté désormais  $dm$ .

A.II.1.2. Exprimer le travail des forces de pression reçu en amont par la masse  $dm_e = dm$  entre  $t$  et  $t+dt$ , en fonction de  $P_1$ ,  $v_1$  et  $dm$ . Même question pour le travail aval reçu par  $dm_s$ .

A.II.1.3. En appliquant le premier principe de la thermodynamique au système fermé  $\Sigma^*$ , montrer que :  $h_2 - h_1 = w_1 + q_e$ .

### A.II.2. Application : compresseur à deux étages (figure 3)

On étudie l'étage de compression d'une turbine à gaz réalisant une compression en deux étapes de l'air (considéré comme gaz parfait) avec une réfrigération intermédiaire. Les deux compresseurs basse pression (BP) et haute pression (HP) sont considérés comme adiabatiques, et les évolutions y sont permanentes et réversibles. La réfrigération (2-3) s'effectue à pression constante.



Données :

Points	1	2	3	4
T(K)	$T_1 = 300$	$T_2$	$T_3 = T_1$	$T_4$
P(bar)	$P_1 = 1$	$P_2$	$P_3 = P_2$	$P_4 = aP_1$

On note :

- $a$  le rapport de compression totale cherché :  $a = P_4/P_1$
- $r$  le rapport intermédiaire :  $r = P_2/P_1$

La capacité thermique massique à pression constante de l'air est :  $c_p = 1,0 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et le rapport  $\gamma = c_p/c_v = 1,40$ .

A.II.2.1. Exprimer littéralement le travail indiqué massique total de compression fourni par les parties mobiles des compresseurs à l'air dans l'évolution {1-4} en fonction de  $c_p$ ,  $T_1$ ,  $a$ ,  $r$  et  $\gamma$ .

A.II.2.2. Déterminer la valeur de  $r$  qui rend minimal ce travail avec  $a = 25$ .

A.II.2.3. Calculer les températures  $T_2$  et  $T_4$ .

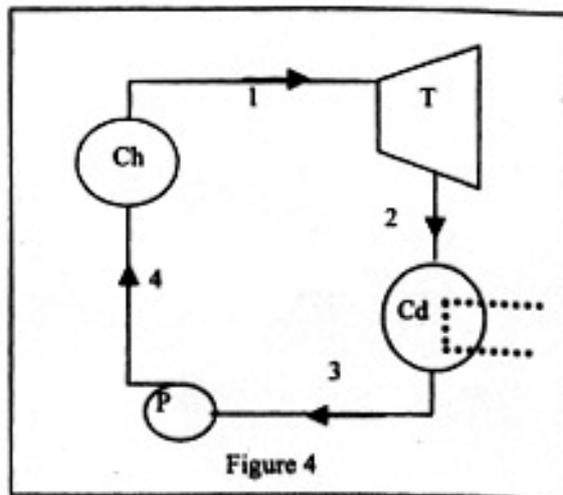
A.II.2.4. La réfrigération de l'air lors de l'évolution {2-3} est assurée par une circulation d'eau liquide qui entre à la température  $t_0 = 283$  K et dont la température finale ne doit pas dépasser, pour des raisons écologiques, 293 K.

Sachant que le réfrigérant est parfaitement calorifugé, déterminer le débit massique d'eau minimal nécessaire. On donne la capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c_{eau} = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$  et le débit massique d'air dans l'installation :  $d_{air} = 1.3 \text{ kg.s}^{-1}$ .

### A.II.3. Application : Cycle de Rankine d'une machine à vapeur

On étudie en régime permanent la machine motrice à vapeur d'eau ci-contre (figure 4) dans laquelle l'eau décrit le cycle suivant :

- Détente adiabatique et réversible dans la turbine T
- Refroidissement et condensation totale à pression constante  $P_2$  dans le condenseur Cd
- Compression adiabatique de l'eau liquide dans la pompe P
- Chauffage et vaporisation totale à la pression constante  $P_1$  dans la chaudière Ch : la vapeur est juste saturante à sa sortie (titre en vapeur  $x = \text{masse vapeur/masse totale} = 1$ ).



On résume les données thermodynamiques utiles de l'eau aux deux pressions considérées dans le tableau suivant :

P(bar)	T(K)	$h'$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )	$s'$ (kJ.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	$l_v$ (kJ.kg <sup>-1</sup> )
$P_2 = 0,2$	330	250	0,83	2350
$P_1 = 55$	540	1180	2,97	1600

$h'$  (respectivement  $s'$ ) représente l'enthalpie (respectivement l'entropie) massique du liquide saturant (titre en vapeur  $x = 0$ ) ;  $l_v$  est l'enthalpie massique de vaporisation.

A.II.3.1. Le travail d'alimentation de la pompe est supposé négligeable. Justifier cette hypothèse et en déduire que la transformation peut être considérée comme isenthalpique.

A.II.3.2. Déterminer l'entropie  $s_2$ , le titre en vapeur  $x_2$ , l'enthalpie  $h_2$ , au point 2.

A.II.3.3. En utilisant le premier principe de la thermodynamique appliqué aux systèmes ouverts, calculer :

A.II.3.3.1. La quantité de chaleur massique  $q_1$  fournie dans la chaudière à 1,0 kg d'eau.

A.II.3.3.2. La quantité de chaleur massique  $q_2$  cédée par 1,0 kg d'eau au condenseur.

A.II.3.3.3. Le travail indiqué massique  $w$  fourni dans la turbine.

A.II.3.3.4. Le rendement thermique de cette machine. Le comparer au rendement du cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures extrêmes.

A.II.3.4. Allure du cycle dans le diagramme entropique.

Il s'agit du diagramme  $(T,s)$  où l'on place en abscisse l'entropie massique  $s$  du fluide, et en ordonnée la température  $T$ . On pourra considérer que la courbe de saturation a approximativement la même allure que dans le diagramme de Clapeyron  $(p,V)$ .

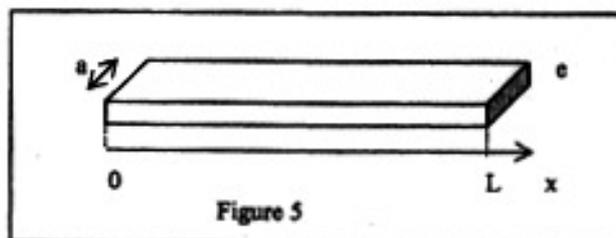
A.II.3.4.1. Déterminer l'allure des isobares à l'intérieur de la courbe de saturation. Placer les isobares  $P_1$  et  $P_2$ .

A.II.3.4.2. On admettra que pendant l'évolution {3-4} le fluide se comporte pratiquement à tout instant comme un liquide saturant ( $x = 0$ ). Tracer l'allure du cycle décrit dans le diagramme considéré.

A.II.3.4.3. Comment est modifiée cette allure si l'évolution dans la turbine est irréversible ?

## **B. DIFFUSION THERMIQUE**

On se propose d'étudier dans cette partie différents modes de transfert thermique dans une carte électronique modélisée (figure 5) par un conducteur parallélépipédique d'épaisseur faible  $e$ , de longueur  $L$  et de largeur  $a$ .



On note  $\mu$  sa masse volumique,  $\lambda$  sa conductivité thermique et  $c$  sa capacité thermique massique.

La longueur  $L$  est suffisamment grande pour que l'on adopte dans un premier temps une modélisation unidimensionnelle des transferts thermiques : il n'y a pas de perte thermique par convection sur les surfaces latérales.

On note donc  $T(x,t)$  la température le long de la plaque à l'instant  $t$ .

## B.I. Transfert par conduction thermique

### B.I.1. Équation de la chaleur

Le vecteur densité de courant thermique suit ici la loi de Fourier :

$$\vec{j}_Q(x,t) = -\lambda \vec{\text{grad}} T(x,t)$$

B.I.1.1. Déterminer l'unité de  $\lambda$ .

B.I.1.2. Effectuer un bilan d'énergie sur un système élémentaire contenu entre les abscisses  $x$  et  $x+dx$  de la plaque et en déduire une relation entre

$$\frac{\partial j_{Qx}}{\partial x} \text{ et } \frac{\partial T}{\partial t}.$$

B.I.1.3. En déduire l'équation aux dérivées partielles qui régit  $T(x,t)$ , connue sous le nom d'équation de la chaleur :  $D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t}$ ,  $D$  étant la diffusivité thermique.

Déterminer l'expression de  $D$  et son unité.

### B.I.2. Contact avec deux sources de chaleur idéales

On suppose ici que la plaque conductrice est en contact à son extrémité  $x = 0$  avec un thermostat à la température  $T_0$  (constante et uniforme) ; il en est de même en  $x = L$  avec un thermostat à la température  $T_1$ . On se place de plus en régime permanent ; alors la loi de température ne dépend plus que de  $x$ .

B.I.2.1. Déterminer la loi de température  $T(x)$  le long de la plaque et le flux thermique  $\Phi$  à travers la plaque.

B.I.2.2. En développant clairement l'analogie thermo-électrique, définir et exprimer la résistance thermique  $R_{th}$  de la plaque. Donner son unité.

### B.I.3. Transfert convectif

Une surface  $S$  à la température  $T$ , en contact avec de l'air à la température  $T_a$ , échange par convection avec celui-ci une puissance thermique  $P_C$  (sortant algébriquement de la surface  $S$ ) telle que :  $P_C = \alpha S(T - T_a)$ . On est toujours en régime permanent.

B.I.3.1. Quelle est l'unité de  $\alpha$  ? Montrer que cet échange convectif est décrit par une résistance thermique de convection  $R_C$ .

B.I.3.2. On reprend les mêmes hypothèses qu'en B.I.2. pour la carte électronique ( $e \ll a$ ) et on tient compte de ces échanges convectifs supplémentaires sur la surface latérale.

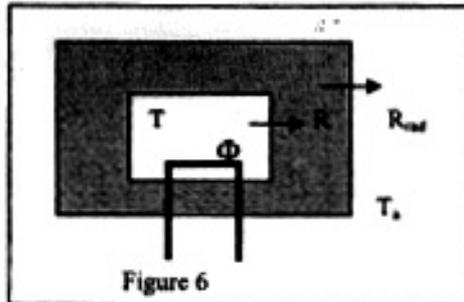
On pose  $\delta^2 = \lambda e / 2\alpha$ . Donner la dimension de  $\delta$ .

Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(x) = [T(x) - T_a]$  en régime permanent.

- En déduire la nouvelle répartition de température  $T(x)$  (à l'aide de  $L$ ,  $\delta$ ,  $T_a$ ,  $T_0$  et  $T_1$ ).
- Étudier le cas particulier où  $L \gg \delta$ .

### B.1.4. Application : comportement thermique d'un transistor de puissance

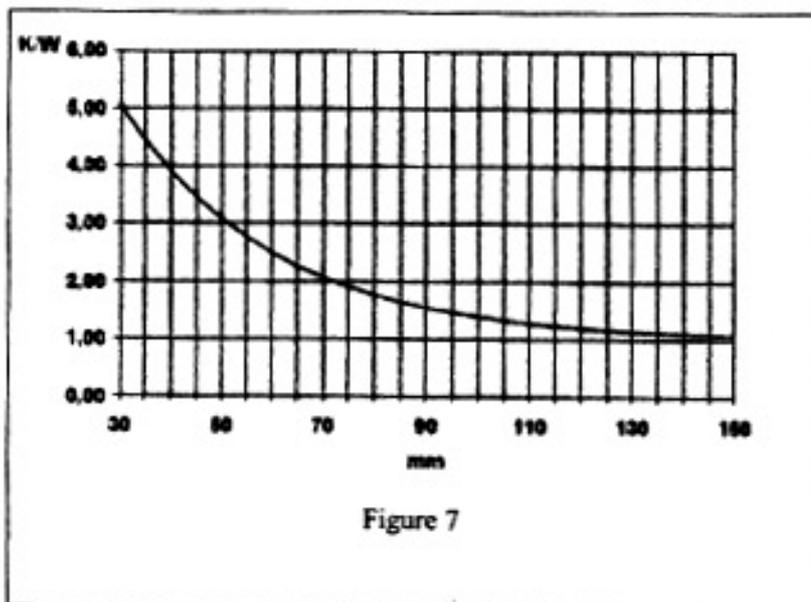
Afin d'optimiser les performances d'un transistor de puissance, il est important de maintenir sa température de fonctionnement dans des limites raisonnables. On choisit pour cela d'utiliser un radiateur, directement lié au boîtier, afin d'augmenter les transferts thermiques avec l'air extérieur. Le but de cette question est de choisir le radiateur le mieux adapté aux conditions d'utilisation. On note  $\Phi$  le flux (ou puissance) thermique que doit dissiper le transistor de puissance en régime permanent,  $R$  la résistance thermique convective transistor-radiateur,  $R_{rad}$  la résistance thermique convective des échanges air-radiateur (figure 6). Les températures de l'air ambiant et du transistor sont respectivement  $T_a$  et  $T$  (supposée uniforme). Dans une étape intermédiaire on pourra introduire la température moyenne  $T_R$  (uniforme) du radiateur.



B.1.4.1. Déterminer l'expression de  $R_{rad}$  qui permet de dissiper en régime permanent le flux  $\Phi$  (en fonction de  $R$ ,  $T$ ,  $T_a$  et  $\Phi$ ).

B.1.4.2. Le catalogue de composants d'un fournisseur donne la courbe suivante (figure 7) exprimant l'évolution de la résistance thermique (exprimée en  $K.W^{-1}$ ) des radiateurs disponibles en fonction de leur longueur (exprimée en mm). Déterminer la dimension utile du radiateur que l'on doit commander.

AN :  $\Phi = 40 \text{ W}$ ,  $T_a = 293 \text{ K}$ ,  $T = 413 \text{ K}$ ,  $R = 0,5 \text{ K.W}^{-1}$

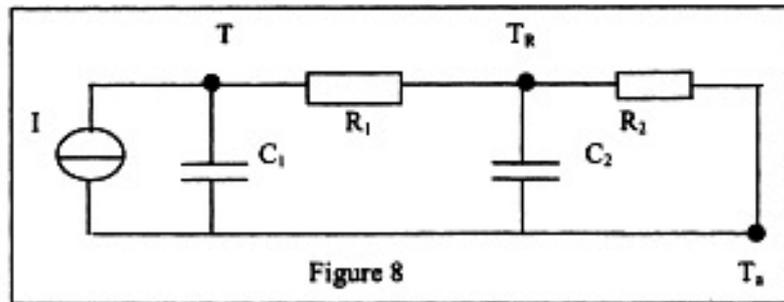


### B.I.5. Analyse en régime transitoire

On tient compte maintenant des capacités thermiques respectives  $C$  et  $C_R$  du transistor et du radiateur.

B.I.5.1. Écrire les équations différentielles qui régissent l'évolution de  $T(t)$  et  $T_R(t)$ .

B.I.5.2. Justifier soigneusement que l'on puisse décrire le système thermique étudié par le circuit électrique équivalent de la figure 8 ; pour cela indiquer clairement les équivalents thermiques correspondants des divers éléments électriques introduits.



Dans la suite du problème, la transformée de Laplace d'une fonction  $F(t)$  sera notée  $\underline{F}(p)$  ; la grandeur complexe indépendante du temps associée sera notée  $\underline{F}(j\omega)$ . Aucune notion sur les transformées de Laplace n'est nécessaire : on pourra utiliser, au choix, la forme complexe ou la notation de Laplace en écrivant :  $p = j\omega$  avec  $j^2 = -1$ .

B.I.5.3. En déduire la fonction de transfert définie par :

$$\underline{H}(p) = \underline{H}(j\omega) = \frac{(T - T_a)}{\Phi}$$

B.I.5.4. On se place dans l'approximation  $RR_{rad}CC_R\omega^2 \ll 1$ . En déduire l'ordre de grandeur de la constante de temps caractéristique de l'évolution temporelle de la température  $T(t)$  du transistor.

A.N. :  $C = 100 \text{ J.K}^{-1}$  ;  $C_R = 200 \text{ J.K}^{-1}$ .

B.I.5.5. Discuter a posteriori la validité de l'hypothèse simplificatrice.

## B.II. RÉGULATION DE TEMPÉRATURE

Dans cette partie, on se propose d'asservir en température le composant électronique étudié, afin de tester l'évolution de ses performances. Le boîtier dont il est solidaire est mis au contact d'une plaque de chauffage, parcourue par une résistance électrique, alimentée par une puissance électrique  $P(t)$ . Le modèle électrique équivalent est identique au précédent.

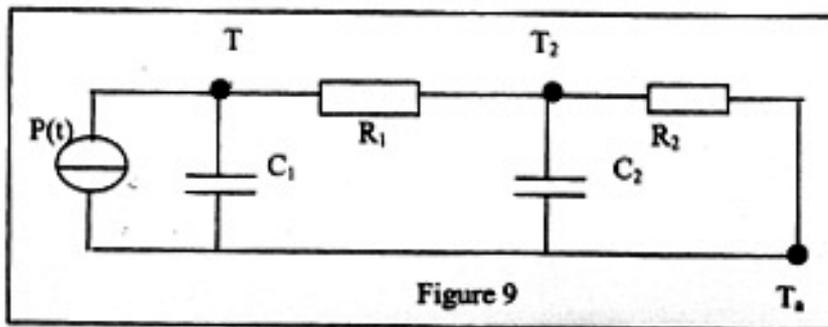


Figure 9

$T_2$  représente la température de la plaque de chauffage, enregistrée par une sonde thermique. On pose  $\theta = T_2 - T_a$  et on prend désormais les valeurs  $C_1 = 400 \text{ J.K}^{-1}$ ,  $C_2 = 1000 \text{ J.K}^{-1}$ ,  $R_1 = 1,0 \text{ K.W}^{-1}$ ,  $R_2 = 4,0 \text{ K.W}^{-1}$ .

On définit alors la fonction de transfert :  $\underline{B}(p) = \frac{\theta(p)}{P(p)}$

B.II.1. Montrer que  $\underline{B}(p)$  peut être mis sous la forme :

$$\underline{B}(j\omega) = \underline{B}(p) = \frac{B_0}{\left( \frac{p^2}{\omega_0^2} + 2m_0 \frac{p}{\omega_0} + 1 \right)}$$

On pourra réutiliser les calculs faits en B.I.5.3. et déterminer les coefficients  $B_0$ ,  $m_0$  et  $\omega_0$ .

AN. Calculer les valeurs de ces coefficients.

B.II.2. Donner l'allure du diagramme de Bode en amplitude de  $\underline{B}(j\omega)$ , le diagramme de Bode représentant  $20 \log|B(jx)|$  en fonction de  $\log x$  avec  $x = \omega/\omega_0$

B.II.3. Pour réguler la différence de température  $\theta$ , on boucle le système étudié selon le schéma d'asservissement suivant (figure 10) :

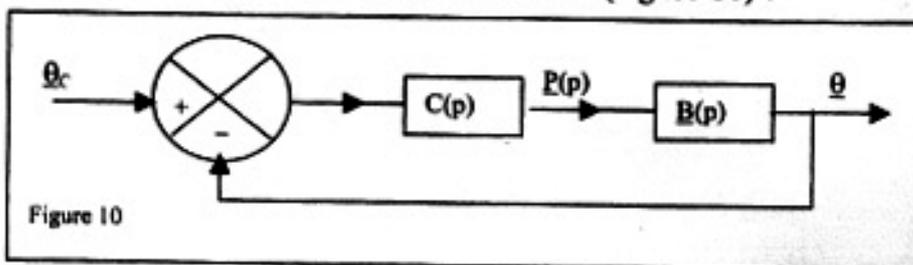


Figure 10

$\theta_c$  est la température dite de consigne, c'est à dire la température imposée à l'entrée du système et surtout, la valeur issue du cahier des charges vers lequel on souhaite faire tendre la grandeur sortie ;  $C(p)$  représente le processus de commande de la résistance chauffante, assimilable à un système linéaire proportionnel :  $C(p) = \Gamma$  où le gain  $\Gamma$  est une constante.

B.II.3.1. Quelle est l'unité de  $\Gamma$  ?

B.II.3.2. Déterminer l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée :

$$H(p) = \frac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$$

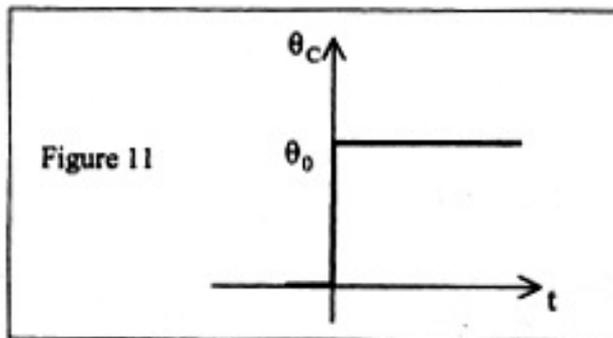
La mettre sous la forme canonique suivante :

$$H(p) = H(j\omega) = \frac{H_0}{\left( \frac{p^2}{\omega_1^2} + 2m \frac{p}{\omega_1} + 1 \right)}$$

Calculer les coefficients  $H_0$ ,  $m$  et  $\omega_1$ .

B.II.3.3. Calculer la valeur de  $\Gamma$  permettant d'obtenir  $m \approx 0,7$ . Quel est l'avantage de ce choix ?

B.II.3.4. Le gain  $\Gamma$  ayant été réglé à la valeur précédente, on impose une consigne échelon, c'est à dire une variation quasi-instantanée (ou brutale) de la température de consigne, d'amplitude  $\theta_0 = 100$  K (figure 11).



B.II.3.4.1. En régime permanent établi, déterminer la valeur  $\theta_\infty$  de la température de la plaque ; en déduire l'écart statique  $\varepsilon_\infty$  entre la température de consigne et la température obtenue :  $\varepsilon_\infty = \theta_\infty - \theta_0$ .

B.II.3.4.2. Calculer le temps au bout duquel la réponse du système diffère de moins de 5% de sa valeur finale, appelé  $t_r$  « temps de réponse à 5% », sachant que pour  $m \approx 0,7$ ,  $t_p \approx 3/\omega_1$ .

B.II.3.4.3. Calculer en pourcentage l'amplitude relative  $D$  du premier dépassement défini par  $D = (\theta_{\max} - \theta_\infty)/\theta_\infty$  et donné par l'expression :  $D = 100 \exp\left[-\frac{\pi m}{\sqrt{1-m^2}}\right]$

B.II.3.4.4. Donner l'allure de  $\theta(t)$ .

B.II.3.5. Afin de diminuer l'écart statique  $\varepsilon_\infty$ , on décide d'augmenter le gain  $\Gamma$ .

B.II.3.5.1. Déterminer la valeur de  $\Gamma$  permettant d'obtenir  $\varepsilon_\infty \approx -1$  K.

B.II.3.5.2. En déduire la nouvelle valeur du coefficient d'amortissement  $m$  de la transmittance en boucle fermée. Commenter.

B.II.3.5.3. Calculer la nouvelle amplitude relative du premier dépassement.

B.II.3.5.4. Donner l'allure de  $\theta(t)$ . Commenter les avantages et les inconvénients de la nouvelle valeur de  $\Gamma$ . Pourrait-on procéder autrement pour diminuer l'écart statique ?

## **C. UN EXEMPLE DE TRANSFERT THERMIQUE : LE CHAUFFAGE PAR INDUCTION**

### **C.I. En classe de première scientifique**

C.I.1. Proposer trois activités réalisées au cours d'une séance de 55 minutes illustrant le paragraphe 2 : Champ magnétique créé par un courant.

C.I.2. Présenter une expérience permettant de mesurer la composante horizontale du champ magnétique terrestre. Donner les ordres de grandeur des mesures à effectuer et des différents paramètres à choisir.

Voir en annexe I, à la fin de sujet, l'extrait du programme de physique-chimie de la classe de première série scientifique (BO n°7 du 31 août 2000).

### **C.II. En classe de PCSI**

Construire une séquence pédagogique détaillée et argumentée, permettant de déterminer l'expression littérale du champ magnétique créé par un solénoïde de rayon  $a$ , à spires jointives et parcourues par un courant d'intensité  $I$  sur son axe de révolution.

Voir en annexe II, à la fin de sujet, l'extrait du programme de physique-chimie de la classe de PCSI (BO n°5 du 28 août 2003).

### **C.III. Chauffage par induction**

On dispose un cylindre métallique d'axe  $Oz$ , de conductivité électrique  $\gamma$ , de rayon  $a$  et de longueur  $L$ , à l'intérieur d'un solénoïde infini coaxial, parcouru à présent par un courant sinusoïdal. On pourra noter  $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$  le champ magnétique créé par le solénoïde en tout point du cylindre métallique. On néglige le champ magnétique produit par les courants induits.

C.III.1. Justifier le fait que le champ  $\vec{B}$  est source d'un champ électrique  $\vec{E}$  que l'on cherche à déterminer. Montrer en particulier, par des considérations de

symétrie à expliciter clairement, que le champ  $\vec{E}$  est orthoradial et ne dépend que de la distance  $r$  du point considéré à l'axe  $Oz$ .

C.III.2. Par intégration de l'équation de Maxwell Faraday, via le théorème de Stokes, sur un contour judicieux, donner l'expression du champ  $\vec{E}$  en tout point du cylindre.

C.III.3. Déterminer la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans le conducteur.

C.III.4. Le chauffage par induction est couramment utilisé industriellement : l'une des applications récentes est la vitrification des déchets nucléaires par induction directe en creuset froid. Cette technique consiste à créer des courants induits directement dans le verre que l'on désire fondre, en injectant par la suite dans ce matériau les résidus nucléaires à isoler.

Le verre est d'abord préchauffé par métallothermie ; à la température obtenue, il possède alors une faible résistivité électrique  $\rho = 1/\gamma = 10 \Omega \cdot \text{cm}$ .

L'inducteur entourant le creuset est alimenté par un générateur de courant haute fréquence  $f_0 = 300 \text{ kHz}$ . Le champ magnétique créé est supposé uniforme, d'amplitude  $B_0 = 0,5 \text{ T}$ .

Le creuset est assimilé à un cylindre, transparent aux ondes électromagnétiques, de hauteur  $L = 20 \text{ cm}$ , de rayon  $a = 30 \text{ cm}$ .

Calculer numériquement la puissance moyenne dissipée par effet Joule dans le verre, grâce à ce procédé. À titre d'information, cette technique permet de produire environ 50 kg/heure de verre fondu.

## Annexe I

### Extraits du programme de physique-chimie de la classe de première série scientifique ((BO n°7 du 31 août 2000)

#### B . Magnétisme. Forces électromagnétiques.

##### Objectifs

À cause de l'importance de l'attraction électrique entre charges de types opposés, la matière est presque toujours macroscopiquement neutre et les forces électrostatiques alors inobservables. Aussi ce sont les forces « magnétiques » qui ont au niveau macroscopique le rôle technique et industriel le plus important. De plus ces forces entraînent des effets mécaniques immédiatement observables, sans précautions particulières, permettant des manipulations aisées.

Enfin, on dispose là d'une interaction à distance, bien visible et contrôlable ; c'est une situation de choix pour introduire pour la première fois un concept nouveau, celui de champ, grandeur qui caractérise localement l'espace où se produisent les effets étudiés, mécaniques dans le cas présent.

Exemples d'activités	Contenus	Connaissances et savoir-faire exigibles
<p>Étude documentaire sur l'histoire du magnétisme et de l'électromagnétisme.* <i>Expérience de l'aimant brisé.</i></p> <p>Comparaison de deux champs magnétiques.</p> <p>Mise en œuvre d'expériences montrant les caractéristiques du champ magnétique créé par : - un courant rectiligne ; - une bobine ou un solénoïde. Comparaison du champ externe d'un solénoïde et celui d'un barreau aimanté. Mise en évidence du champ magnétique terrestre.</p> <p>Utiliser la loi de Laplace pour interpréter des expériences telles que : - barre mobile sur rails, - action entre courants parallèles, - mouvement d'une bobine au voisinage d'un aimant.</p> <p>Mise en évidence du principe de fonctionnement d'un haut-parleur électrodynamique, d'un moteur à courant continu. Observer le fonctionnement en microphone d'un HP électrodynamique.</p>	<p><b>1. Le champ magnétique.</b> Action d'un aimant, d'un courant continu, sur une très courte aiguille aimantée. Vecteur champ magnétique <math>B</math> : direction, sens, valeur et unité. Exemples de lignes de champ magnétique ; champ magnétique uniforme. Superposition de deux champs magnétiques (addition vectorielle)</p> <p><b>2. Champ magnétique créé par un courant.</b> Proportionnalité de la valeur du champ <math>B</math> et de l'intensité du courant en l'absence de milieux magnétiques. Champ magnétique créé par : - un courant rectiligne ; - un solénoïde.</p> <p><b>3. Forces électromagnétiques.</b> Loi de Laplace ; direction, sens, valeur de la force : <math>F = I l B \sin \alpha</math></p>	<p>Une petite aiguille aimantée permet d'obtenir la direction et le sens du champ magnétique dans une petite région de l'espace. Les caractéristiques du vecteur champ magnétique. <i>Réaliser des spectres magnétiques</i> <i>Utiliser une sonde à effet Hall.</i> Les lignes de champ magnétique se referment sur elles-mêmes. Connaître la topographie du champ magnétique créé par : - un courant rectiligne ; - un solénoïde.</p> <p>Savoir que la valeur de <math>B</math> dépend de la géométrie du courant et du point de mesure.</p> <p>Appliquer la loi de Laplace pour évaluer la force qui s'exerce sur une portion rectiligne de circuit.</p> <p>Sur un schéma de principe donné, représenter la force de Laplace qui explicite le fonctionnement : - d'un haut-parleur électrodynamique ; - d'un moteur à courant continu.</p> <p>Connaître les ordres de grandeur de la puissance des moteurs électriques usuels.</p>

	<b>4. Couplage électromécanique.</b>  Conversion d'énergie électrique en énergie mécanique. Rôle moteur des forces de Laplace. Observation de l'effet réciproque associé au mouvement d'un circuit dans un champ magnétique : conversion d'énergie mécanique en énergie électrique.	
--	--	--

*\*Activités pouvant donner lieu à l'utilisation des technologies de l'information et de la communication*

### **Commentaires**

#### **Champ magnétique**

Toute étude des actions mécaniques s'exerçant entre des aimants, ainsi que leur interprétation, sont exclues ; l'action sur une petite aiguille aimantée est constatée et sert simplement de support expérimental pour introduire la notion de champ magnétique. L'unité est donnée et la valeur d'un champ magnétique est mesurée par une sonde spécifique (teslamètre).

L'expression du champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde de grande longueur, si elle est donnée, le sera sous la forme :  $B = \mu_0 n I$  avec  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  SI.

Remarque . On appelle « champ » toute grandeur , fonction des coordonnées de position d'un point de l'espace, utilisée pour décrire localement les propriétés de la matière ou pour interpréter les phénomènes qui s'y produisent ; on parle ainsi de « champ de pression » (exemple des cartes météo) ; de même la distribution spatiale de température est un « champ de température » même si l'expression est peu utilisée ; ce sont deux exemples de champs scalaires. Si la grandeur est vectorielle, on parle de « champ vectoriel », exemples : champ électrique, champ magnétique, champ de vitesses dans un fluide.

## Annexe II

**Extraits du programme de PCSI à la rentrée 2003**  
(BO n°5 du 28 août 2003 et BO n°43 du 20 novembre 2003)

**D.3) Magnétostatique**

En première année, on se borne à admettre toutes les lois de la magnétostatique (Biot et Savart, conservation du flux de  $\mathbf{B}$ , théorème d'Ampère) et on fait constater leur cohérence sur quelques exemples simples.

Programme	Commentaires
Distributions de courant électrique filiformes : recherche des invariances par rotation, par translation ; recherche de plans de symétrie et d'antisymétrie.	En première année, on se limite aux courants filiformes. On appelle antisymétrie une symétrie par rapport à un plan accompagnée du changement de sens du courant.
Champ magnétostatique $\mathbf{B}$ : loi de Biot et Savart pour les circuits fermés filiformes.	Le potentiel-vecteur est hors programme en première année.
Topographie : lignes de champ et tubes de champ. Propriétés de symétrie du champ magnétostatique ; caractère axial du champ $\mathbf{B}$ .	Les équations différentielles des lignes de champ et leur intégration sont exclues en première année. Sur des exemples de cartes de champ magnétique, on fait apparaître le lien entre les propriétés de symétrie des sources et celles du champ créé.
Flux de $\mathbf{B}$ , sa conservation. Circulation de $\mathbf{B}$ , théorème d'Ampère.	Ces propriétés sont admises.
Exemples de calcul de champ $\mathbf{B}$ : champ d'un fil rectiligne illimité, champ sur l'axe d'une spire circulaire et sur l'axe d'un solénoïde circulaire.	On fait remarquer que le fil rectiligne illimité modélise un circuit fermé comportant une portion rectiligne dont la longueur est grande devant sa distance au point où le champ $\mathbf{B}$ est évalué. Aucune technicité de calcul ne doit être recherchée.
Limite du solénoïde infiniment long : champ en tout point intérieur.	Aucune démonstration de la nullité du champ à l'extérieur d'un solénoïde illimité n'est exigible. L'examen qualitatif de la carte du champ d'un solénoïde de longueur finie permet de faire comprendre ce résultat.
Champ $\mathbf{B}$ créé par un dipôle magnétique.	On prend comme modèle la spire circulaire ; on définit son moment magnétique $\mathbf{M}$ ; on donne les conditions de l'approximation dipolaire ; on admet l'expression du champ à la fois en coordonnées sphériques et sous forme intrinsèque. On rapproche ces expressions de celle du champ créé en un point éloigné sur l'axe d'une spire circulaire. On exploite à cette occasion toutes les propriétés de symétrie de cette situation. On fait remarquer enfin qu'en dehors de l'approximation dipolaire, les lignes de champ du doublet de charges électriques et de la spire circulaire ne sont pas les mêmes.
	En conclusion de cette partie, on compare les propriétés des champs $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$ statiques, en particulier leur topographie et leurs symétries respectives.