

# Mesure de la capacité d'un condensateur par différentes méthodes

## Bibliographie :

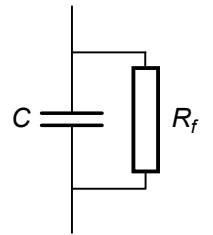
- Expériences de physique Capes de sciences physiques par R. DUFFAIT chez BREAL.
- Agrégation de sciences physiques Travaux pratiques d'électronique par M. VAUCHELLES chez ELLIPSES.
- Agrégation de sciences physiques Expériences d'électronique par R. DUFFAIT et JP. LIEVRE chez BREAL.

## Notions de base :

Un condensateur chargé, puis déconnecté de tout autre élément, se décharge. Ceci s'explique par l'isolement imparfait du diélectrique.

On peut modéliser cette imperfection, en régime lentement variable, par une résistance de fuite placée en parallèle sur la capacité. Cette résistance de fuite est élevée pour des condensateurs de bonne qualité et la modélisation d'un condensateur par une capacité pure suffit en général.

En alternatif, des phénomènes inductifs interviennent et les pertes dans le diélectrique dépendent de la fréquence. Le modèle précédent, avec  $C$  et  $R_f$  fonction de la fréquence, reste valable dans un large domaine de fréquences.



## Conseils :

- Utiliser le même condensateur pour toutes les manipulations afin de pouvoir comparer les différentes mesures.
- Puisque le mot « mesure » est dans le titre, les calculs d'incertitudes sont attendus.

## I - Mesure au multimètre

La mesure au multimètre donne une référence pour les mesures faites dans les expériences suivantes.

L'incertitude de lecture d'un multimètre est exprimée en pourcentage de la valeur lue, plus un certain nombre de digits (dernier chiffre de la valeur indiquée). Les incertitudes diffèrent d'un calibre à l'autre. Voir la notice pour plus de détails...

## II - Méthode ampèremètre-voltmètre

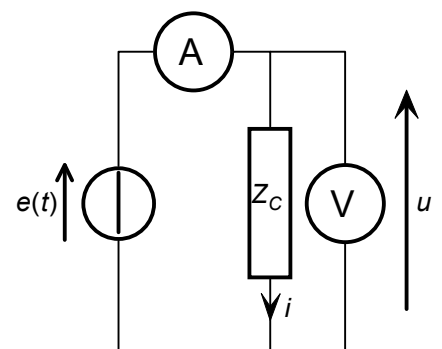
### 1°) Principe

En régime sinusoïdal permanent, et en prenant le modèle

$$\text{de la capacité pure : } \underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega} \Rightarrow \frac{I}{U} = \frac{I_{\text{eff}}}{U_{\text{eff}}} = C\omega.$$

On mesure, pour différentes fréquences, les valeurs efficaces de  $u$  et  $i$  et on trace le rapport  $\frac{I_{\text{eff}}}{U_{\text{eff}}}$  en fonction de la pulsation. On obtient une droite de pente  $C$ .

Remarque : Pour négliger l'intensité traversant le voltmètre, il faut  $R_V \gg \frac{1}{C\omega}$ .



## 2°) Réalisation

- Adapter les fréquences de travail aux capacités des multimètres. Ceux-ci se comportent en général en passe-bas et ne donnent pas des valeurs satisfaisantes pour de trop grandes fréquences (on pourra vérifier leur bon fonctionnement par comparaison avec un oscilloscope).
- Représenter les points de mesure accompagnés de leurs incertitudes.
- En déduire la valeur de la capacité accompagnée de son incertitude.

## III - Pont de Sauty

### 1°) Principe

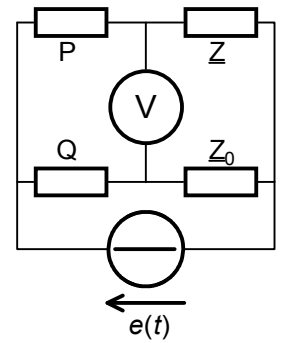
On utilise la condition d'équilibre du pont en régime sinusoïdal permanent, avec  $P$  et  $Q$  des résistances et  $\underline{Z}_C$  l'impédance du condensateur étudié :  $P \times \underline{Z}_0 = Q \times \underline{Z}$ .

- Si le condensateur est modélisé par une capacité pure  $\underline{Z}_C = \frac{1}{jC\omega}$ , l'équilibre du pont est réalisé pour une capacité pure  $\underline{Z}_0 = \frac{1}{jC_0\omega}$  avec :

$$P \times \frac{1}{jC_0\omega} = Q \times \frac{1}{jC\omega} \Leftrightarrow \boxed{\frac{P}{C_0} = \frac{Q}{C}}$$

- Si le condensateur est modélisé par une capacité  $C$  en parallèle avec une résistance  $R_f$ , l'équilibre du pont est réalisé en ajoutant une résistance  $R_0$  en parallèle à  $C_0$  avec :

$$P \times \frac{R_0}{1 + jR_0C_0\omega} = Q \times \frac{R_f}{1 + jR_fC\omega} \Leftrightarrow \boxed{\frac{Q}{P} = \frac{R_0}{R_f} = \frac{C}{C_0}}$$



### 2°) Réalisation

- $C_0$  est constituée par une boîte de précision réglable (4 boutons).
- Choisir le rapport  $Q/P$  pour utiliser 3 boutons de réglage de la boîte de capacité (afin d'avoir 3 chiffres significatifs sur  $C_0$ ).
- Commencer aux basses fréquences (100 Hz, en deçà les multimètres ne fonctionnent pas tous bien), puis augmenter jusqu'à quelques kHz.
- Pour chaque fréquence :
  - ⇒ commencer avec  $R_0$  infinie.
  - ⇒ rechercher un encadrement de  $C_0$  permettant de minimiser la tension mesurée au voltmètre.
  - ⇒ connecter  $R_0$  et rechercher un encadrement de  $R_0$  permettant de minimiser la tension mesurée. Ajuster éventuellement  $C_0$ .
- On pourra constater que  $R_f$  et  $C$  (plus faiblement) dépendent en fait de la fréquence.

## IV - Mesure de constante de temps

### 1°) Régime transitoire rapide

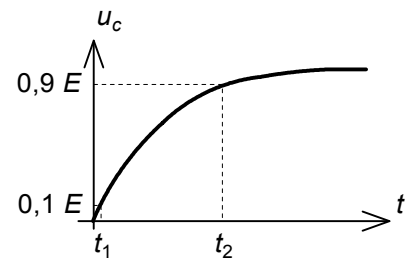
On observe la succession périodique de régimes transitoires d'un circuit  $RC$ , alimenté par un signal carré.

Si la tension aux bornes du condensateur est de la forme :

$$u_C(t) = E \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

l'intervalle de temps nécessaire pour passer de 10% à 90% de sa valeur limite  $E$  vaut :  $t_2 - t_1 = \tau \ln(9)$ .

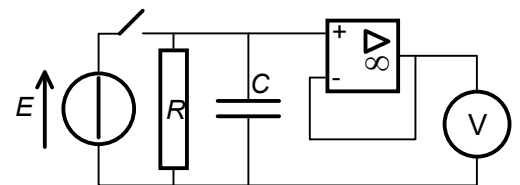
Sur l'écran de l'oscilloscope analogique, des pointillés matérialisent les 10% et les 90% de la taille totale de l'écran. Il suffit d'adapter  $E$  et l'échelle d'affichage afin que l'intervalle  $[0, E]$  utilise la totalité de l'écran pour faire une mesure directe de  $t_2 - t_1$ .



### 2°) Régime transitoire lent

Le condensateur initialement chargé sous une tension  $E$ , se décharge lentement dans une résistance  $R$  de valeur élevée ( $10 \text{ M}\Omega$  par exemple). La lente décroissance est visualisée à l'oscilloscope ou avec un voltmètre analogique (l'affichage différé des appareils numériques ne permet pas de suivre cette décroissance). On peut alors mesurer le temps de chute du signal de  $E$  à  $0,1 E$  par exemple, soit  $\tau \ln(10)$ .

L'insertion d'un suiveur (avec TL 081) permet d'augmenter l'impédance d'entrée de l'oscilloscope ou du voltmètre pour qu'elle n'intervienne pas.



### 3°) Astable

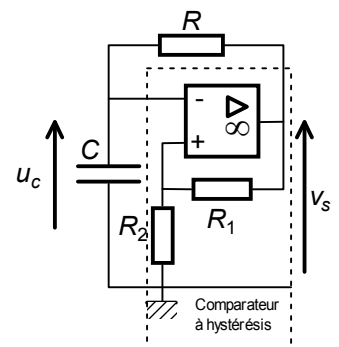
Le montage est un circuit auto oscillant délivrant une tension en créneaux de période :

$$T = 2RC \ln \left( \frac{1+\beta}{1-\beta} \right) \text{ avec : } \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

permettant une mesure de  $C$ .

Il s'agit d'un comparateur à hystérésis (dans lequel l'ampli-op fonctionne en régime non linéaire) qui provoque les charges successives du condensateur sous les tensions  $+V_{sat}$  et  $-V_{sat}$ . La bascule du comparateur est provoquée par la tension  $u_c$ .

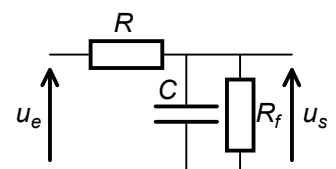
**Remarque :** Le temps de basculement de l'ampli-op provoque une augmentation de la période  $T$ . Il faut donc minimiser ce temps de basculement, on pourra utiliser un TL 081 (qui commute plus rapidement) et choisir une période suffisamment grande (les flancs des créneaux doivent paraître bien verticaux).



## V - Filtre passe-bas

### 1°) Principe

On étudie le comportement du filtre passe-bas réalisé à l'aide du condensateur et d'une résistance  $R$ . En régime sinusoïdal, on tient compte de sa résistance de fuite.



$$\underline{H} = \frac{\underline{Z}}{R + \underline{Z}} = \frac{1}{\frac{R}{\underline{Z}} + 1} = \frac{1}{R\left(jC\omega + \frac{1}{R_f}\right) + 1} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_f} + jRC\omega}$$

Le déphasage de  $v_s$  par rapport à  $v_e$  est :  $\phi = \arg(\underline{H}) = -\arg\left(1 + \frac{R}{R_f} + jRC\omega\right)$

$$\text{Soit : } \begin{cases} \sin(-\phi) = \frac{RC\omega}{\sqrt{\left(1 + \frac{R}{R_f}\right)^2 + R^2C^2\omega^2}} = HRC\omega \\ \cos(-\phi) = \frac{1 + \frac{R}{R_f}}{\sqrt{\left(1 + \frac{R}{R_f}\right)^2 + R^2C^2\omega^2}} = H\left(1 + \frac{R}{R_f}\right) \end{cases}$$

D'où :  $C = -\frac{\sin(\phi)}{HR\omega}$ . La mesure du déphasage et de  $H = \frac{U_{s\text{ eff}}}{U_{e\text{ eff}}}$  permet d'obtenir  $C$  avec une bonne précision.

Remarque : on a aussi  $R_f = \frac{R}{\frac{\cos(\phi)}{H} - 1}$ , mais une petite erreur sur  $\phi$  conduit à une grosse erreur sur

$R_f$  de sorte que cette méthode de mesure de  $R_f$  ne donne pas de bons résultats.

## 2°) Réalisation

- La mesure du déphasage est réalisée à l'aide de l'oscilloscope (méthode des 9 carreaux).
- On supposera que la principale source d'incertitude est la mesure du déphasage. On a alors :

$$\frac{\Delta C}{C} = \left| \frac{\cos(\phi)}{\sin(\phi)} \right| \Delta\phi$$

Pour minimiser l'erreur, il faut donc travailler avec  $\phi$  proche de  $-\frac{\pi}{2}$ , ce qui est réalisé pour

$RC\omega \gg \left(1 + \frac{R}{R_f}\right) \approx 1 \Leftrightarrow f \gg \frac{1}{2\pi RC}$  (puisque  $R_f$  est grande). Il faut donc choisir  $R$  grande mais pas trop puisque ceci rend  $H$  faible et donc  $U_{s\text{ eff}}$  difficilement mesurable...

- Vérifier la valeur de  $R$  au multimètre ( $R$  peut être choisie selon la fréquence).
- Pour différentes fréquences, mesurer  $U_{s\text{ eff}}$ ,  $U_{e\text{ eff}}$ ,  $f$  au multimètre et  $\phi$  à l'oscilloscope.

## Annexe : mesure d'un déphasage à l'oscilloscope par la méthode des 9 carreaux

Après avoir éliminer les composantes continues des deux signaux sinusoïdaux déphasés (fonction AC de l'oscilloscope) et aligner les zéros au centre de l'écran, on amène une demi période (d'un des deux signaux) à coïncider avec 9 carreaux (on doit, pour cela, utiliser le potentiomètre de décalibrage de la base de temps). L'axe horizontal est alors gradué en degrés : 1cm correspondant à 20°, puisque les neufs carreaux correspondent à 180° (une demi période). La lecture du déphasage est alors directe.